1 Άρτια και περιττά

Το πρώτο πρόβλημα του διαγωνισμού και το πιο εύκολο μας ζητούσε να βρούμε αν υπάρχουν περισσότεροι άρτιοι ή περιττοί αριθμοί σε ένα διάστημα μιας ακολουθίας N αριθμών. Η όλη δυσκολία του προβλήματος συγκεντρώνεται στο πως θα πρέπει να χειριστούμε τον πολύ μεγάλο αριθμό ερωτημάτων που μας ζητείται. Για τους 60 πόντους του προβλήματος αρκεί για κάθε ερώτημα να κοιτάμε κάθε αριθμό του διαστήματος και να βλέπουμε αν είναι άρτιος ή περιττός κρατώντας δυο μεταβλητές για να μετράμε πόσους άρτιους και πόσους περιττούς έχουμε μέχρι στιγμής στο διάστημα. Αυτή η λύση ωστόσο είναι πολύ αργή όταν έχουμε πολλά ερωτήματα.

Πως μπορούμε λοιπόν να βρούμε μια λύση η οποία να απαντά γρήγορα κάθε ερώτημα χωρίς να χρειαστεί να διασχίζουμε κάθε διάστημα;

Όταν έχουμε πολλά ερωτήματα τότε είναι εύκολο να παρατηρήσουμε ότι ελέγχουμε πολλές φορές τους ίδιους αριθμούς αν είναι περιττοί η άρτιοι χωρίς να κρατάμε κάποια πληροφορία. Γιατί να μην μπορούμε να ελέγχουμε λοιπόν εξαρχής πριν απαντήσουμε τα ερωτήματα; Θα κάνουμε δηλαδή ένα αρχικό πέρασμα τους αριθμούς για να δούμε ποιοι είναι άρτιοι και θα κρατάμε έναν πίνακα even[i] που θα μας λέει πόσοι άρτιοι υπάρχουν μέχρι το i-οστό αριθμό. Έχοντας αυτόν τον πίνακα τότε για ένα διάστημα (start,end) ο αριθμός των περιττών αριθμών σε αυτό το διάστημα είναι ίσος με even[end] - even[start-1] δηλαδή πόσοι υπάρχουν από τον 1 μέχρι το τέλος μείον πόσοι υπάρχουν από το 1 μέχρι την αρχή του διαστήματος χωρίς την αρχή (εξού και το -1). Τους περιττούς αντίστοιχα τους βρίσκουμε αφαιρώντας από το μήκος του διαστήματος το πλήθος των άρτιων αριθμών. Οπότε η απάντηση μας για κάθε ερώτημα με διάστημα (start,end) θα είναι αν (end-start+1) - (even[end] - even[start-1]) > even[end] - even[start-1] τότε έχουμε περισσότερους περιττούς αλλιώς περισσότερους άρτιους. Κάθε ερώτημα το απαντάμε σε O(1) επομένως η τελική πολυπλότητα είναι O(N + Q) και είναι αρκετή για να πάρεις όλους τους πόντους.