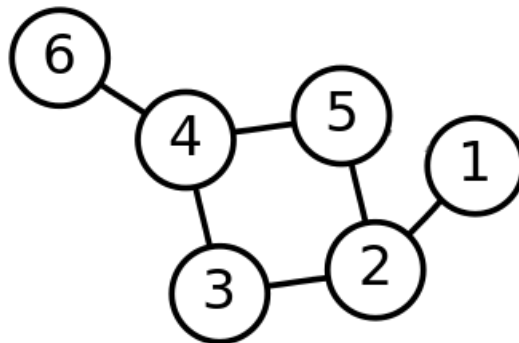


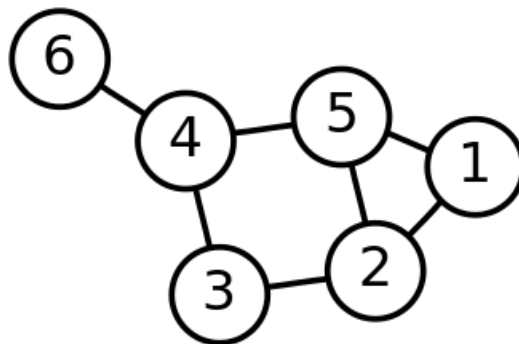
1 Αρχιμήδης

Μας δίνεται ένας γράφος όχι απαραίτητα συνδεδεμένος και μας ζητείται να βρεθεί αν αυτός ο γράφος περιέχει τουλάχιστον 2 κύκλους. Αν ο γράφος ήταν συνδεδεμένος τότε θα αρκούσε να ελέγξουμε αν οι ακμές είναι περισσότερες από τους κόμβους. Αυτό πολύ απλά γιατί ένας συνδεδεμένος μη κατευθυνόμενος γράφος με ίδιο αριθμό ακμών και κόμβων έχει έναν κύκλο και βάζοντας και άλλες ακμές σε αυτόν θα δημιουργήσει και άλλους κύκλους! Για παράδειγμα:

Γράφος με $N=6$ κόμβους και $M=6$ ακμές.



Γράφος με $N=6$ κόμβους και $M=7$ ακμές.



Ο γράφος όμως που μας δίνεται δεν είναι συνδεδεμένος οπότε που θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε αυτό που είπαμε πιο πάνω; Μια συμβουλή: Όταν ο Μωάμεθ δεν πάει στο βουνό, το βουνό πάει στον Μωάμεθ! Θα συνδέσουμε τον γράφο!

Για να συνδέσουμε τον γράφο αρκεί να βρούμε από πόσα components αποτελείται και να προσθέσουμε σε αυτόν components-1 ακμές. Πηγαίνετε σε αυτόν τον γράφο για παράδειγμα και βάλτε τρεις ακμές για να τον συνδέσετε! Για να βρούμε από πόσα components αποτελείται ο γράφος, για κάθε κόμβο εαν δεν τον έχουμε επισκεφτεί

ακόμη επισκεπτόμαστε αυτόν και αυτούς που συνδέεται. Επομένως ο τελικός γράφος θα έχει $M + \text{components} - 1$ ακμές. Αν λοιπόν ο αριθμός των ακμών $M + \text{components} - 1$ ξεπερνάει τον αριθμό των κόμβων τότε ο γράφος έχει τουλάχιστον 2 κύκλους. Η τελική πολυπλοκότητα της λύσης είναι $O(N)$ και είναι αρκετή και για τους 100 πόντους. Μια δεύτερη λύση ίδιας πολυπλοκότητας θα ήταν να ψάξουμε να βρούμε για κάθε component πόσους κύκλους έχει και στο τέλος να δούμε αν έχουμε περισσότερους από 2. Για να δείτε πως βρίσκουμε έναν κύκλο σε έναν οποιοδήποτε γράφο μπορείτε να δείτε εδώ το άρθρο του cycle detection. Με το ίδιο ακριβώς σκεπτικό, για να βρούμε δύο κύκλους αρκεί να υπάρχουν 2 back edges (ακμές που καταλήγουν σε κόμβο που έχουμε ήδη επισκεφθεί).